

Some techniques for solving the system of linear equations $A\vec{x} = \vec{b}$:

Gaussian Elimination (GE)

Multiply by A inverse (AI)

Least Squares (LS)

Orthogonal Projection (OP)

\vec{b}	A	Number of solutions	GE	AI	LS	OP	Example
$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$	1	X	X	X	X	1
$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	Best 1			X	X	2
$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$	1	X	X	X		
$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	Best 1			X		
$\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	1	X		X	X	
$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	1	X		X		3
$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	Best ∞			+GE		4
$\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$	∞	X		+GE		5
$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$	Best ∞			+GE		6
$\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 1 \\ 3 & 6 & 9 & 1 \end{bmatrix}$	Best ∞			+GE		7
$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 1 \\ 3 & 6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	∞	X		+GE		8